

М

ЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ В ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ: ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА ПРИМЕНЕНИЯ

УДК 796.6

<http://doi.org/10.24412/1997-0803-2023-2112-111-122>

Т. В. Христидис

Московский государственный институт культуры,
Химки, Московская область, Российская Федерация
e-mail: tahrisk@mail.ru

М. С. Новашина

Московский государственный институт культуры,
Химки, Московская область, Российская Федерация
e-mail: masante@mail.ru

Аннотация: В настоящее время мало просто написать диссертацию по педагогическим наукам, описав свой эксперимент в качестве внедрения новых технологий в образование. Для более достоверного подтверждения своих результатов, начиная с 2000 годов XXI века, для наглядности и достоверности стали использоваться методы математической статистики, которые до этого применялись лишь в психологических исследованиях. В статье авторы показывают, как применять методы математической статистики в педагогических исследованиях и рассматривают, какие из них, по мнению авторов, наиболее эффективны и доступны для применения в диссертационном исследовании по педагогическим наукам. Для рентабельного применения методов математической статистики в век инновационных технологий авторы рекомендуют использовать программу SPSS statistics. Это «мощная» статистическая программная платформа. Она предлагает удобный интерфейс и надежный набор функций, которые позволяют быстро извлекать полезную информацию для диссертаций. Передовые статистические процедуры помогают обеспечить высокую точность и качество доказательства гипотезы. Программа позволяет выполнять описательную статистику и регрессионный анализ, просматривать шаблоны отсутствующих данных и суммировать распределения переменных с помощью интегрированного интуитивно понятного интерфейса без необходимости написания кода.

Ключевые слова: педагогика, психология, образование, методы математической статистики, аспиранты, педагогическое исследование, диссертация, педагогический эксперимент, вуз.

ХРИСТИДИС ТАТЬЯНА ВИТАЛЬЕВНА – доктор педагогических наук, профессор, зав. кафедрой педагогики и психологии, Московский государственный институт культуры

НОВАШИНА МАРИНА СЕРГЕЕВНА – кандидат педагогических наук, доцент кафедры педагогики и психологии, Московский государственный институт культуры

KHRISTIDIS TATIANA VITALIEVNA – DSc in Pedagogy, Professor, Head of the Department of Pedagogy and Psychology, Moscow State Institute of Culture

NOVASHINA MARINA SERGEEVNA – CSc in Pedagogy, Associate Professor at the Department of Pedagogy and Psychology, Moscow State Institute of Culture

© Христидис Т.В., Новашина М.С., 2023



Для цитирования: Христидис Т.В., Новашина М.С. Методы математической статистики в педагогических исследованиях: теория и практика применения // Вестник Московского государственного университета культуры и искусств. 2023. №2 (112). С. 111-122. <http://doi.org/10.24412/1997-0803-2023-2112-111-122>

METHODS OF MATHEMATICAL STATISTICS IN PEDAGOGICAL RESEARCH: THEORY AND PRACTICE OF APPLICATION

Tatiana V. Khristidis

Moscow State Institute of Culture,
Khimki, Moscow region, Russian Federation
e-mail: tahrisk@mail.ru

Marina S. Novashina

Moscow State Institute of Culture,
Khimki, Moscow region, Russian Federation
e-mail: masante@mail.ru

Abstract: Currently, it is not enough just to write a dissertation on pedagogical sciences, describing your experiment as the introduction of new technologies into education. For more reliable confirmation of their results, since the 2000s of the XXI century, methods of mathematical statistics, which had previously been used only in psychological research, have been used for clarity and reliability. In the article, the authors show how to apply mathematical statistics methods in pedagogical research and consider which of them, according to the authors, are the most effective and available for use in dissertation research by applicants in pedagogical sciences. For convenient application of mathematical statistics methods, in the age of innovative technologies, the authors recommend using the SPSS statistics program. It is a “powerful” statistical software platform. It offers a user-friendly interface and a reliable set of functions that allow you to quickly extract useful information for dissertations. Advanced statistical procedures help to ensure high accuracy and quality of decision-making. All aspects of the analytical cycle are included, from data preparation and management to analysis and reporting. Users can perform descriptive statistics and regression analysis, view missing data patterns, and summarize variable distributions using an integrated intuitive interface without having to write code.

Keywords: pedagogy, psychology, education, methods of mathematical statistics, graduate students, pedagogical research, dissertation, pedagogical experiment, university.

For citation: Khristidis T.V., Novashina M.S. Methods of mathematical statistics in pedagogical research: theory and practice of application. *The Bulletin of Moscow State University of Culture and Arts (Vestnik MGUKI)*. 2023, no. 2 (112), pp. 111-122. (In Russ.). <http://doi.org/10.24412/1997-0803-2023-2112-111-122>

В научно-педагогических исследованиях с целью доказательства эффективности экспериментальной работы, активно применяются методы математической статистики.

Ранее данные методы в основном использовались в психологии. Общеизвестно, что статистика – это основанное на вероятности моделирование и логический вы-

вод. 1880-е годы – начало использования современной статистики в психологии благодаря исследованиям Г. Фехнера (психофизика). Статистические методы обработки астрономических наблюдений развивались во второй половине XVIII века, и в начале XIX века они были согласованы с математической теорией вероятности. Одними



из ключевых фигур во всем этом были ученые П. С. Лаплас и К. Ф. Гаусс.

В настоящее время используются такие методы математической статистики: описательная статистика и теория статистического вывода. Немецкий дидакт Л. Клинберг считает, что только с помощью данных методов можно доказать результаты проведенной работы [4, с. 181–182.]. Цитируем слова российского ученого, доктора педагогических наук, профессора, заслуженного деятеля науки Российской Федерации Загвязинского В. И.: «Статистические методы являются базовым инструментарием обработки данных измерений практически во всех областях научного знания. Наиболее широкое применение они получили в естественных науках, где возникла острая необходимость анализа огромного массива эмпирических данных. В сочетании с методами планирования и моделирования эксперимента статистические методы позволяют выявлять объективные закономерности при проверке различных научных гипотез» [3].

Статистические данные могут передаваться на разных уровнях, начиная от нечислового дескриптора (номинальный уровень) до числового в отношении нулевой точки (уровень отношения).

Для сбора статистических данных можно использовать ряд методов выборки, включая простую случайную, систематическую, стратифицированную или кластерную выборку.

При анализе данных используются два типа статистических методов – описательные и статистические. Описательные методы позволяют нам описать данные так, чтобы не было необходимости в их анализе. Они могут быть использованы для того, чтобы определить, есть ли в данных какая-нибудь аномалия; например, что некоторые характеристики выше или ниже среднего, или что характеристики не соответствуют некоторой тенденции, которая может быть предсказана. Это позволяет нам говорить о том, как выглядят данные.

Давно известно, что знание статистики необходимо при решении определенных типов научных задач [13], а понимание статистики

является важной частью навыков интерпретирования результатов проверяемой гипотезы [12]. С этой целью в Московском государственном институте культуры для аспирантов второго курса авторами данной статьи была разработана специальная дисциплина «Методы математической статистики в педагогическом исследовании». В рамках изучения данной дисциплины аспиранты обучаются применять методы математической статистики в своих исследованиях, в том числе с помощью современных компьютерных программ.

Главной задачей данного курса является – научить аспирантов использовать методы математической статистики для проверки правильности гипотезы.

Для решения данной задачи мы предлагаем освоить критерии Фишера и Стьюдента для проверки равенства дисперсий и средних нормальных генеральных совокупностей; критерий Манна-Уитни; критерий знаковых ранговых сумм Уилкоксона; критерий Колмогорова-Смирнова для проверки нормальности распределения.

Для достоверной проверки своих результатов эксперимента рекомендуется использовать все доступные технологии, чтобы помочь лучше понять и статистически доказать предоставленные данные [11].

Для удобного применения методов математической статистики в век инновационных технологий рекомендуем использовать программу SPSS statistics (с английского *Statistical Package for the Social Sciences* – статистический пакет для общественных наук), которая «занимает ведущее положение среди программ, предназначенных для статистической обработки информации» [5].

Важно также научить аспирантов верно интерпретировать полученную информацию, критически оценивать, делать те или иные выводы на основе представленных статистических результатов и оформлять результаты в графическом или табличном виде [14].

Разберем конкретный пример применения методов математической статистики в педагогическом исследовании.



№	Уровень интеллекта по Стенфорду-Бине	№	Уровень интеллекта по Стенфорду-Бине
1.	116	16.	119
2.	121	17.	113
3.	116	18.	107
4.	111	19.	109
5.	114	20.	109
6.	110	21.	115
7.	106	22.	110
8.	113	23.	107
9.	110	24.	111
10.	119	25.	114
11.	116	26.	109
12.	113	27.	106
13.	103	28.	107
14.	115	29.	108
15.	106	30.	96

Таблица 1

Прежде чем использовать критерии Стьюдента, Уилкоксона и другие, следует сначала проверить каждую из выборок на нормальность по критерию Колмогорова-Смирнова. Критерий согласия Колмогорова-Смирнова был разработан советскими математиками

Колмогоровым А. Н. и Смирновым Н. В. [1]. Данный критерий помогает увидеть различия между распределениями двух выборок; его также применяют для проверки на нормальность распределения совокупностей количественных данных.

Таблица 2

Одновыборочный нормальный критерий Колмогорова-Смирнова

коэффициент_интеллекта_по Стенфорду_Бине

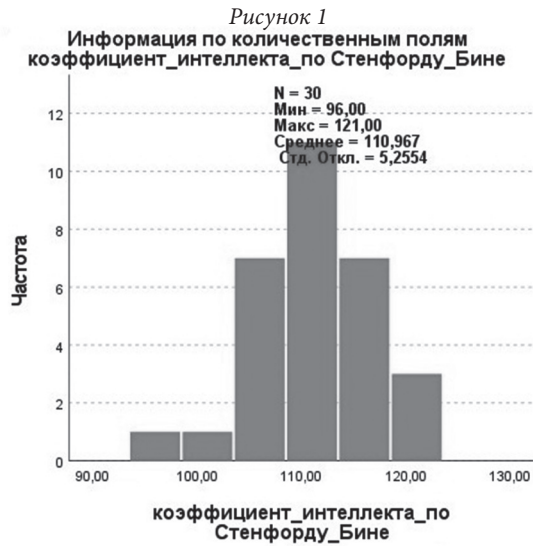
Сводка нормального одновыборочного критерия Колмогорова-Смирнова

Всего		30
Наибольшие экстремальные расхождения	Абсолютная	,106
	Положительные	,073
	Отрицательные	-,106
Статистика критерия		,106
Асимптотическая значимость (2-сторонний критерий) ^a		,200 ^b
Значимость Монте-Карло (2-сторонний критерий) ^c	знач.	,518
	99% доверительный интервал	Нижняя граница ,505
		Верхняя граница ,531

a. Исправленная Лиллиефорса

b. Это нижняя граница истинной значимости.

c. Метод Лиллиефорса на основе 10000 выборок Монте-Карло с начальным значением 2000000.



Кроме того, для принятия решения о принятии или отклонении H_0 уровень значимости всегда надо сравнивать сначала с 0,05, и если он превышает эту величину, то H_0 принимается.

Итак. У группы испытуемых тестировался интеллект по Стенфорду – Бине. Дана выборка объема $n = 30$. Результаты тестирования представлены в таблице 1 [6].

Следует проверить, является ли данное распределение нормальным.

Основные две гипотезы будут такими:

H_0 : данное распределение нормальное.

H_1 : данное распределение не нормальное.

Среднее 110,967. Стандартное отклонение 5,2554.

Наибольшие экстремальные расхождения: абсолютное – 0,106, положительное – 0,73 и отрицательное – –0,106 по статистикам Колмогорова-Смирнова. Эмпирическое значение статистики критерия $Z = 0,106$.

Для большей наглядности накладываем нормальную кривую (Рисунок 2).

Уровень значимости (смотрим асимптотическую значимость 2-сторонний критерий) $p = 0,200$, что $> 0,05$. Нулевая гипотеза принимается.

В итоге, исходя из вышеизложенного, можно сделать вывод, что распределение является нормальным, гипотеза H_0 подтверждена.

Еще один пример применения методов математической статистики, который в рамках учебной дисциплины предлагается аспирантам: χ^2 (или критерий Пирсона) применяется для сравнения распределений объектов двух совокупностей по состоянию некоторого свойства на основе измерений по шкале наименований этого свойства в двух независимых выборках из рассматриваемых совокупностей. Применение критерия Хи-квадрат ограничивается требованием: все ожидаемые частоты должны быть больше или равны 5 [6, с. 50].

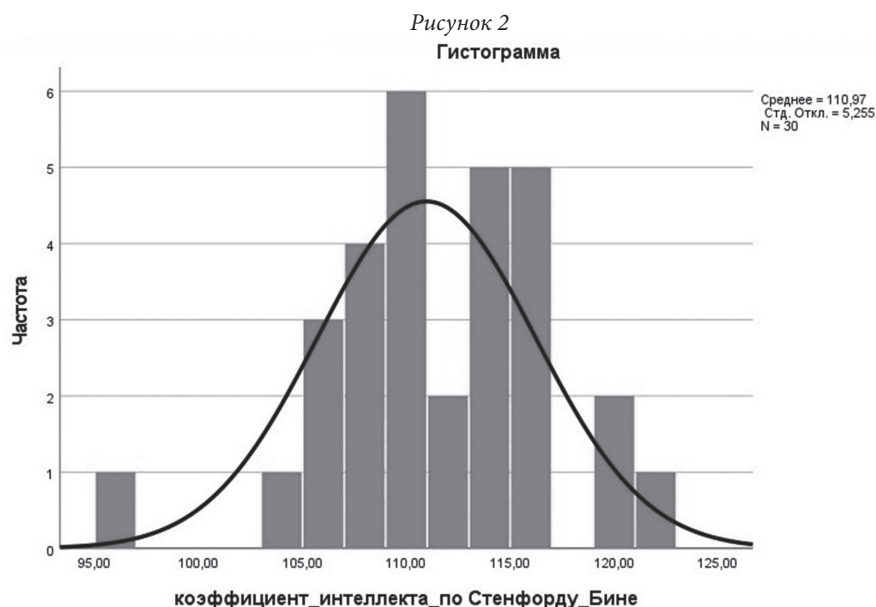
У двух групп студентов-музыкантов – с высоким (группа 1, $N = 136$) и средним (группа 2, $N = 100$) уровнем общительности – проведена диагностика развития социального интеллекта по методике Дж. Гилфорда. Данные по параметрам «гибкость» и «оригинальность». Данные приведены в таблице 4.

Таблица 3

➔ Непараметрические критерии

Итоги по проверке гипотезы			
	Нулевая гипотеза	Критерий	Решение
1	Распределение коэффциент_интеллекта_по Стенфорду_Бине является равномерным с минимумом равным 110,97 и максимумом равным 5,25543.	Одновыборочный критерий Колмогорова-Смирнова	знач. ^а ,518 Нулевая гипотеза принимается.

а. Уровень значимости равен ,050. Метод Лиллиефорса на основе 10000 выборок Монте-Карло с начальным значением 2000000.



Различаются ли распределения двух категорий студентов-музыкантов по уровням развития социального интеллекта? Ответить на вопрос для каждого из двух параметров [6, с. 50–51].

Решение. Основные две гипотезы будут такими:

H_0 : Нет различий между распределением двух категорий студентов-музыкантов по уровням развития социального интеллекта. Распределения двух групп по двум категориям не различаются.

H_1 : Различия есть.

Сначала проверим, различаются ли распределение 2-х групп студентов-музыкантов по уровням гибкости.

H_0 : Нет различий между распределением 2-х групп студентов-музыкантов по уровням гибкости.

H_1 : Различия есть.

Вводим данные. Первый столбец будет означать уровень гибкости, второй – группу.

Теперь проверяем гипотезы и принимаем решение.

Итак. Из таблиц мы видим, что количе-

Таблица 4

Распределение 2-х групп студентов-музыкантов по уровням гибкости			
Группы студентов-музыкантов	Предпочитаемый тип инструкции		
	Низкий	Средний	Высокий
1	25	45	66
2	49	30	21

Распределение 2-х групп студентов-музыкантов по уровням оригинальности			
Группы студентов-музыкантов	Предпочитаемый тип инструкции		
	Низкий	Средний	Высокий
1	30	46	60
2	22	38	40



	гибкость	группа	пер	пер	пер	пер	пер	пер	пер
1	1,00	1,00							
2	1,00	1,00							
3	1,00	1,00							
4	1,00	1,00							
5	1,00	1,00							
6	1,00	1,00							
7	1,00	1,00							
8	1,00	1,00							
9	1,00	1,00							
10	1,00	1,00							
11	1,00	1,00							
12	1,00	1,00							
13	1,00	1,00							
14	1,00	1,00							
15	1,00	1,00							
16	1,00	1,00							
17	1,00	1,00							
18	1,00	1,00							
19	1,00	1,00							
20	1,00	1,00							

Таблица 5

⇒ Таблицы сопряженности

Сводный отчет по наблюдениям

	Допустимо		Наблюдения Пропущенные		Всего	
	N	Проценты	N	Проценты	N	Проценты
уровень_гибкости * номер_ группы	236	100,0%	0	0,0%	236	100,0%

Таблица сопряженности уровень_гибкости * номер_ группы

			номер_ группы		
			группа 1	группа 2	Всего
уровень_гибкости	низкий	Количество	25	49	74
		% в уровень_гибкости	33,8%	66,2%	100,0%
	средний	Количество	45	30	75
		% в уровень_гибкости	60,0%	40,0%	100,0%
	высокий	Количество	66	21	87
		% в уровень_гибкости	75,9%	24,1%	100,0%
Всего	Количество	136	100	236	
	% в уровень_гибкости	57,6%	42,4%	100,0%	

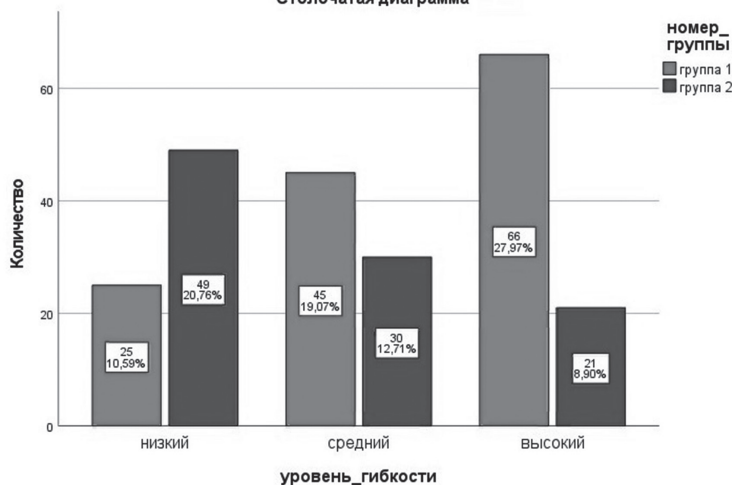
Таблица 6

ство испытуемых (студентов-музыкантов) 236. Далее смотрим, получается, $X^2_{\text{эмп}} = 29,249$, число степеней свободы $df = 2$ и уровень значимости $p < 0,001$. Очевидно, что это меньше чем 0,01 и конечно, 0,05, поэтому гипотеза H_0 отвергается. Наименьшая ожидаемая частота

равна 31,36. Также на столбчатой диаграмме мы видим, что различия есть по уровню гибкости.

Теперь перейдем к проверке, различается ли распределение 2-х групп студентов-музыкантов по уровням оригинальности.

Рисунок 3
Столбчатая диаграмма



H_0 : Нет различий между распределением 2-х групп студентов-музыкантов по уровням оригинальности.

H_1 : Различия есть.

Вводим данные. Первый столбец будет означать уровень оригинальности, второй – группу.

Теперь проверяем гипотезы и принимаем решение.

Таким образом, из таблиц мы видим, что количество испытуемых (студентов-музыкантов) 236. Далее смотрим, получается, $X^2_{эмп} = 0,513$, число степеней свободы $df = 2$ и уровень значимости $p = 0,774 > 0,05$. По-

этому гипотеза H_0 принимается. Наименьшая ожидаемая частота равна 22,03. Также на столбчатой диаграмме мы видим, что различия есть по уровню оригинальности, но они минимальны.

В результате можно сделать вывод, что есть различия в распределении двух категорий студентов-музыкантов по уровням развития социального интеллекта: по уровню гибкости – различия есть, а по уровню оригинальности – различий нет.

Еще один пример, который мы разбираем с аспирантами. В эмпирическом исследовании у группы студентов СКД ($n = 10$) измерялись коммуникативные и организаторские способности (КОС).

Итоговый показатель по обеим шкалам варьируется в диапазоне от 10 до 20 баллов. Чем выше балл, тем выше уровень способностей. Данные приведены в таблице 10.

Вопрос. Есть ли связь между коммуникативными и организаторскими способностями? Формулируем гипотезы:

H_0 : Нет связи между коммуникативными и организаторскими способностями.

H_1 : Связь присутствует.

В данном случае мы будем считать, что распределение является нормальным для обоих признаков и использовать Коэффициент

Таблица 7
Критерии хи-квадрат

	Значение	ст.св.	Асимптотическая значимость (2-сторонняя)
Хи-квадрат Пирсона	29,249 ^а	2	<,001
Отношения правдоподобия	29,878	2	<,001
Линейно-линейная связь	28,567	1	<,001
Количество допустимых наблюдений	236		

а. Для числа ячеек 0 (0,0%) предполагается значение, меньше 5. Минимальное предполагаемое число равно 31,36.



Таблица 8
Сводный отчет по наблюдениям

	Допустимо		Наблюдения Пропущенные		Всего	
	N	Проценты	N	Проценты	N	Проценты
уровень_оригинальност и * номер_ группы	236	100,0%	0	0,0%	236	100,0%

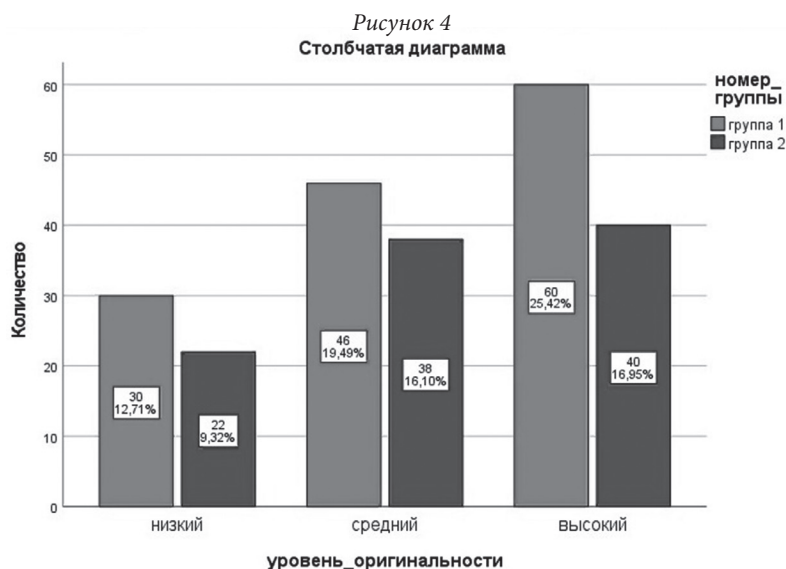
Таблица сопряженности уровень_оригинальности * номер_ группы

			номер_ группы		
			группа 1	группа 2	Всего
уровень_оригинальност и	низкий	Количество	30	22	52
		% в уровень_оригинальност и	57,7%	42,3%	100,0%
	средний	Количество	46	38	84
		% в уровень_оригинальност и	54,8%	45,2%	100,0%
	высокий	Количество	60	40	100
		% в уровень_оригинальност и	60,0%	40,0%	100,0%
Всего		Количество	136	100	236
		% в уровень_оригинальност и	57,6%	42,4%	100,0%

Таблица 9
Критерии хи-квадрат

	Значение	ст.св.	Асимптотиче ская значимость (2- сторонняя)
Хи-квадрат Пирсона	,513 ^a	2	,774
Отношения правдоподобия	,513	2	,774
Линейно-линейная связь	,157	1	,692
Количество допустимых наблюдений	236		

а. Для числа ячеек 0 (0,0%) предполагается значение,
меньше 5. Минимальное предполагаемое число равно
22,03.



Коммуникативные способности	Организаторские способности
10	12
15	18
20	19
11	10
19	17
17	20
14	13
16	13
10	12
18	15

Таблица 10. Показатели коммуникативных
и организаторских способностей (КОС) в группе

ранговой корреляции Спирмена, который применяется для выявления и оценки тесноты связи между двумя рядами сопоставляемых количественных показателей [1].

Коэффициент корреляции $r = 0,783$ и он значим на уровне 0,01, что означает среднюю прямую связь измеряемых признаков.

Получается, что если у студентов развиты коммуникативные способности, значит, в большинстве случаев, они могут стать хорошими организаторами.

В заключение мы можем констатировать, что современные требования к педагогическим исследованиям подразумевают обязательное использование методов математической статистики, которыми владеют не все аспиранты и соискатели, а значит необходимо включать в процесс обучения специальный курс, который содержит как теоретический материал применения данных методов, так и практический (практикумы, кейсы, задачи).



Таблица 11. Данные в программе SPSS

	коммуникативные	организаторские
1	10,00	12,00
2	15,00	18,00
3	20,00	19,00
4	11,00	10,00
5	19,00	17,00
6	17,00	20,00
7	14,00	13,00
8	16,00	13,00
9	10,00	12,00
10	18,00	15,00
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

Данные Переменные

Таблица 12

⇒ Непараметрические корреляции

Корреляции

			коммуникативные_способности	организаторские_способности
По Спирмена	коммуникативные_способности	Кoeffициент корреляции	1,000	,783**
		знач. (двухсторонняя)	.	,007
		N	10	10
	организаторские_способности	Кoeffициент корреляции	,783**	1,000
		знач. (двухсторонняя)	,007	.
		N	10	10

** Корреляция значима на уровне 0,01 (двухсторонняя).



Список литературы

1. Библиотека постов MEDSTATISTIC об анализе медицинских данных [Электронный ресурс]. URL: <https://medstatistic.ru/methods/methods9.html>
2. Грабарь М. И., Краснянская К. А. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы. Москва: Просвещение. 1977. 136 с.
3. Загвязинский В. И. Методология педагогического исследования: [учебное пособие для вузов]. 2-е изд., испр. и доп. Москва: Юрайт, 2023. 105 с.
4. Клинберг Л. Проблемы теории обучения: учебник. Перевод с немецкого языка. Москва: Педагогика, 1984. 256 с.
5. Программа SPSS Statistics 23.0 для Windows [Электронный ресурс]. URL: <http://thespss.ru/>
6. Сорокова М. Г. Математические методы в психолого-педагогических исследованиях: [учебное пособие]. Москва: Неолит, 2020. 216 с.
7. Статистические методы в психологии. 2023 [Электронный ресурс]. URL: cinemaschool.by/dic/psy/s99.htm
8. Христидис Т. В., Новашина М. С. Использование статистических методов в диссертационных исследованиях по педагогическим наукам // Мир образования – образование в мире. 2020. № 3 (79). С. 10–19.
9. Chappelow J. Statistics in Math: Definition, Types, and Importance // Investopedia. 2023. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.investopedia.com>
10. Giovannini E. Dynamic Graphics: Turning key indicators into knowledge. Lisbon, Portugal; International Statistical Institute: Voorburg, The Netherlands. 2007. 2023 [Электронный ресурс]. URL: <https://www.researchgate.net/publication/266051065>
11. Gonda D., Pavlovicova G. and act. Implementation of Pedagogical Research into Statistical Courses to Develop Students' Statistical Literacy // MDPI Mathematics. 2022. № 10 (11). Pp. 1–17.
12. Kosonen P., Winne P. H. Effects of teaching statistical laws on reasoning about everyday problems // Journal of Educational Psychology. 1995. V. 87. № 1. Pp. 33–46.
13. Mishra P., Pandey C. M. and act. Selection of Appropriate Statistical Methods for Data Analysis // Annals of Cardiac Anaesthesia. 2019. № 22 (3). Pp. 297–301.
14. Ridgway J., Nicholson J., McCusker S. Developing statistical literacy in students and teachers. In Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education. Springer: Dordrecht, The Netherlands, 2011. Pp. 311–322.

*

Поступила в редакцию 19.04.2023